

Leggi di scala e dimensionamento di un reattore tokamak. La recente legge di scala ITPA20-IL ed effetti sullo scenario $Q = 10$ di ITER e SPARC

P. Detragiache

ENEA, Saluggia

10 gennaio 2022

- 1 Outline
- 2 Dimensionamento tokamak. Analisi di Sarazin ed altri
- 3 Legge di scala ITPA20-IL
- 4 $Q = 10$, $P_{\text{fus}} = 500$ MW, $q_{95} = 3.0$, $n_N = 0.85$
- 5 $Q = 10$ e $P_{\text{fus}} = 140$ MW, $q_{95} = 3.63$, $n_N = 0.41$
- 6 DTT e ITPA20-IL

Dimensionamento tokamak. Analisi di Sarazin ed altri¹

Potenza da fusione (espressione semplificata) :

$$P_{\text{fus}} = \mathcal{E}_{\text{DT}} 2 \pi^2 \kappa_a \epsilon^2 R_0^3 (f_{\text{DT}} n_{e0})^2 \frac{\int dV \hat{n}_e^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}}}{V} \quad (1)$$

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} \approx 1.18 \times 10^{-24} \theta_i^2 T_{e,\text{keV}}^2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (\text{per } 10.3 < T_{i,\text{keV}} < 18.5) \quad (2)$$

$$P_{\text{fus},MW} \approx C_{\text{fus}} \kappa_a \epsilon^2 R_0^3 n_{e0,19}^2 T_{e0,\text{keV}}^2 \quad (3)$$

$$C_{\text{fus}} \simeq 6.56 \times 10^{-3} \times (f_{\text{DT}} \theta_i)^2 \times \langle \hat{p}_e^2 \rangle \quad (4)$$

dove $\theta_i = T_i/T_e$, $f_{\text{DT}} = (n_D + n_T)/n_e$, $\hat{p}_e = p_e/p_{e0}$ e $\langle \dots \rangle$ denota media di volume.

¹Sarazin, Y. *et al. Nucl. Fusion* **60**, 016919 (2020)

La seconda relazione è ottenuta dal bilancio delle potenze in stato stazionario

$$P_{\text{ohm}} + P_{\text{aux}} + P_{\alpha} = P_{\text{tr}} + P_{\text{rad}} \quad (5)$$

utilizzando diverse approssimazioni. In particolare,

- la potenza ohmica è trascurabile;
- le perdite radiative sono una frazione data della potenza di riscaldamento $P_{\text{rad}} = (1 - \gamma_{\text{rad}})(P_{\text{aux}} + P_{\alpha})$;
- le perdite per conduzione/convezione sono date in termini del tempo di confinamento dell'energia τ_E : $P_{\text{tr}} = W_{\text{pl}}/\tau_E$, dove $W_{\text{pl,MJ}} = C_{\text{tr}} n_{e0,19} T_{e0,\text{keV}} \kappa_a \epsilon^2 R_0^3$ è l'energia del plasma;

τ_E è dato in termini di una legge di scala $\tau_{\text{sc}}, \tau_E = H\tau_{\text{sc}}$ dove

$$\tau_{\text{sc}} = C_{\text{SL}} M_{\text{eff}}^{\alpha_M} \kappa_a^{\alpha_K} \epsilon^{\alpha_\epsilon} \bar{n}_{e,19}^{\alpha_n} I_{\text{p,MA}}^{\alpha_I} R_0^{\alpha_R} B_t^{\alpha_B} (1 + \delta_{95})^{\alpha_\delta} P_{\text{tr}}^{\alpha_P} \quad (6)$$

Introducendo il fattore di $Q = P_{\text{fus}}/P_{\text{aux}} = 5P_{\alpha}/P_{\text{aux}}$ e combinando le Eqs.(3)–(5) si ottiene l'espressione

$$\left(\frac{Q}{\gamma_{\text{rad}}(1 + Q/5)} \right)^{1+\alpha_P} = \frac{C_{\text{fus}}}{C_{\text{tr}}} n_{\text{e}0,19} T_{\text{e}0,\text{keV}} P_{\text{fus,MW}}^{\alpha_P}$$

$$\times H C_{\text{SL}} M_{\text{eff}}^{\alpha_M} \kappa_a^{\alpha_\kappa} \epsilon^{\alpha_\epsilon} \bar{n}_{\text{e},19}^{\alpha_n} I_{\text{p,MA}}^{\alpha_I} R_0^{\alpha_R} B_t^{\alpha_B} (1 + \delta_{95})^{\alpha_\delta} \quad (7)$$

Utilizzando β_N , $q_{95} = C_I \epsilon^2 R_0 B_t / I_{\text{p,MA}}$ e $n_N = \bar{n}_e / n_{\text{Gr}}$ (densità normalizzata a quella di Greenwald) al posto di $T_{\text{e,keV}}$, $I_{\text{p,MA}}$ e $n_{\text{e},19}$ ($\gamma_I = 1 + \alpha_I + \alpha_n$, $\gamma_\epsilon = 1 + \alpha_\epsilon + 2\alpha_I$, $\gamma_R = \alpha_R + \alpha_I - \alpha_n$ and $\gamma_B = \alpha_B + \alpha_I + \alpha_n + 2$) si ha

$$P_{\text{fus,MW}} = \left(\frac{3\pi}{80} \right)^2 \frac{C_{\text{fus}} C_I^2}{C_{\text{tr}}^2} \kappa_a \left(\frac{\epsilon^2}{q_{95}} \right)^2 \beta_N^2 R_0^3 B_t^4 \quad (8)$$

$$\left(\frac{Q}{\gamma_{\text{rad}}(1 + Q/5)} \right)^{1+\alpha_P} = \frac{3\pi}{80} \left(\frac{10}{\pi} \right)^{\alpha_n} \frac{C_{\text{fus}} C_I^{\gamma_I}}{C_{\text{tr}}^2} H C_{\text{SL}} P_{\text{fus,MW}}^{\alpha_P}$$

$$\times M_{\text{eff}}^{\alpha_M} \kappa_a^{\alpha_\kappa} \epsilon^{\gamma_\epsilon} q_{95}^{-\gamma_I} n_N^{\alpha_n} (1 + \delta_{95})^{\alpha_\delta} \beta_N R_0^{\gamma_R} B_t^{\gamma_B} \quad (9)$$

Legge di scala ITPA20-IL

recente (2020) legge di scala basata su un database (versione DB5.2.3²) per confinamento in modo-H con nuovi dati, in particolare quelli con parete metallica ottenuti dal JET e ASDEX-Upgrade (la legge IPB98(y,2) era basata sulla versione 2.8 del database) – 14153 slices –;
 regressione (WLS) applicata ad un sotto-insieme del database:
 selezione “standard set ”STD5 – 7537 slices – per ITPA20;
 ulteriore criteri selezione per ITER-Like (IL) – 6202 slices –: $q_{95} > 2.5, 7$
 $1.3 < \kappa < 2.2$, $\epsilon < 0.5$ e $Z_{\text{eff}} < 5$
 viene introdotta una nuova variabile “ingegneristica”, δ_{95} .

²<https://osf.io/drwcq/>

Tabella: Coefficienti leggi di scala IPB98(y,2), ITPA20-IL e ITPA20

Nome	IPB98(y,2)	ITPA20-IL	ITPA20
Ref.	equazione (20) ³	equazione (5) ⁴	equazione (7) ⁴
C_{SL}	0.0562	0.067	0.053
α_M	0.19	0.30	0.20
α_κ	0.78	0.67	0.80
α_ϵ	0.58	0.0	0.35
α_n	0.41	0.15	0.24
α_I	0.93	1.29	0.98
α_R	1.97	1.19	1.71
α_B	0.15	-0.13	0.22
α_δ	0.0	0.56	0.36
α_P	-0.69	-0.644	-0.669
γ_R	2.49	2.33	2.45
γ_B	3.49	3.31	3.44

³ITER Physics Expert Group, *Nucl. Fusion* **39**, 2175 (1999).

⁴Verdoolaege, G. *et al.*, *Nucl. Fusion* **61**, 076006 (2021).

$$Q = 10, P_{\text{fus}} = 500 \text{ MW}, q_{95} = 3.0, n_N = 0.85$$

scelte "ITER-like":

$$\epsilon^{-1} = 3.1, \kappa_a = 1.69, \kappa = 1.74,$$

$$\delta = 0.36, \delta_{95} = 0.33$$

impurezze Be, Ar , con

$$Z_{eff} = 1.67, f_\alpha = 0.033,$$

$$f_{DT} = 0.83$$

$$\theta_i = 1.0$$

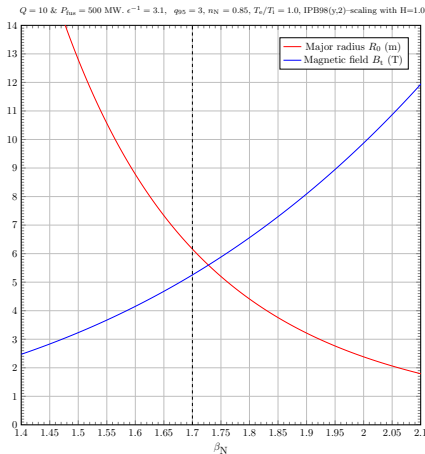
Profilo piatto di densità e moderatamente a picco per la temperatura

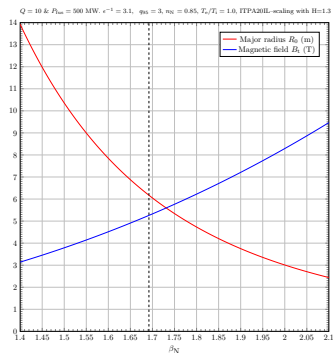
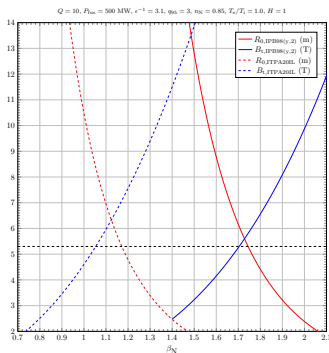
$$\langle \hat{p}_i \rangle = 0.42 \langle \hat{p}_i^2 \rangle = 0.25$$

$$\gamma_{rad} = 0.7$$

Con questi valori e scelta una data legge di scala, Eqs.(8)–(9) vengono usate per ottenere due curve $R_0(\beta_N)$ e $B_t(\beta_N)$.

Utilizzando IPB98(y,2) si ottiene la curva mostrata in figura. Per $\beta_N = 1.70$, $R_0 = 6.16 \text{ m}$ e $B_t = 5.25 \text{ T}$ – $I_p = 14.7 \text{ MA}$ – valori molto vicini a quelli scelti per ITER.





Significativo effetto cambio di legge di scala: per $H = 1$, si trova soluzione con $B_t = 5.26$ T solo per $R_0 = 8.50$ m ($I_p = 20.3$ MA) a $\beta_N = 1.05$. E' necessario utilizzare un valore significativo $H = 1.3$ per ottenere, nel caso ITPA20-IL, soluzioni simili a quelle ottenute con IPB98(y,2). Con $H = 1.3$ si trova infatti $B_t = 5.28$ T e $R_0 = 6.14$ m ($I_p = 14.7$ MA) per $\beta_N = 1.69$.

$$Q = 10 \text{ e } P_{\text{fus}} = 140 \text{ MW}, q_{95} = 3.63, n_N = 0.41$$

scelte "SPARC-like":

$$\epsilon^{-1} = 3.2, \kappa_a = 1.74, \kappa = 1.82,$$

$$\delta = 0.54, \delta_{95} = 0.50$$

$$\text{impurezze } Z_{eff} = 1.49,$$

$$f_{DT} = 0.85, f_\alpha = 0.032$$

$$\theta_i = 1.0$$

Profilo di densità e
temperatura moderatamente
a picco

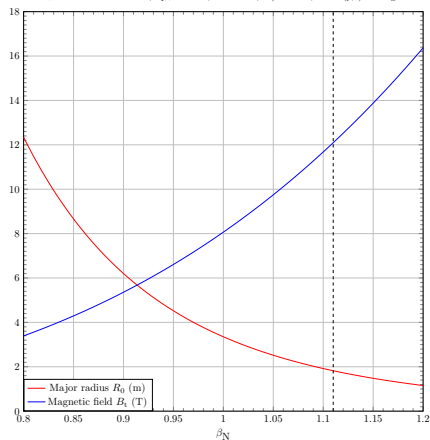
$$\langle \hat{n}_i \rangle = 0.78$$

$$\langle \hat{T}_i \rangle = 0.58 \quad \langle \hat{p}_i^2 \rangle = 0.17$$

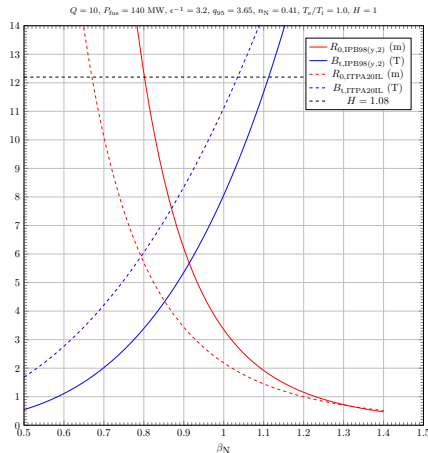
$$\gamma_{rad} = 0.7$$

Utilizzando IPB98(y,2) con
 $H = 1.08$ si ottiene la curva
mostrata in figura. Per
 $\beta_N = 1.11$, si ha $R_0 = 1.82$ m
e $B_t = 12.1$ T – $I_p = 8.49$ MA
– valori molto vicini a quelli
scelti per SPARC ($R_0 = 1.85$
m e $B_t = 12.2$ T – $I_p = 8.7$
MA) –.

$Q = 10$ & $P_{fus} = 140$ MW. $\epsilon^{-1} = 3.2$, $q_{95} = 3.635$, $n_N = 0.41$, $T_e/T_i = 1.0$, IPB98(y,2)-scaling with $H=1.08$



l'adozione della legge di scala ITPA20-IL in questo caso ha un effetto contenuto: la soluzione con $B_t \simeq 12.2$ T per $\beta_N = 1.035$ corrisponde ad un raggio maggiore $R_0 = 1.885$ m, un valore solo leggermente maggiore di quello trovato precedentemente con la legge di scala IPB98(y,2) – $I_p = 8.87$ MA –.



DTT e ITPA20-IL

Effetto adozione ITPA20-IL
per DTT: utilizzando un
modello 0-dimensionale
sviluppato in un codice
PO(wer)BA(lance)MA(netic)FUS(ion)
con caratteristiche simili ad
HELIOS^a ottengo i risultati
mostrati in tabella: non ci
sono effetti apprezzabili per
DTT.

Tabella: DTT: confronto risultati IPB98(y,2) e ITPA20IL

Tabella: DTT: principali
parametri

		IPB98(y,2)	ITPA20-IL
	P_{aux} [MW]	45.0	45.0
	$H = \tau_E / \tau_{E,sc}$	1.0	1.01
	$n_e(0)$ [10^{20} m^{-3}]	2.2	2.2
	n_N	0.45	0.45
	$T_e(0)$ [keV]	14.19	14.07
	$\langle T_e \rangle$ [keV]	5.24	5.20
	p_0 [MPa]	0.970	0.963
	$\langle p \rangle$ [MPa]	0.311	0.308
	W_p [MJ]	13.68	13.57
	τ_E [s]	0.379	0.376
	P_{ohm} [MW]	0.79	0.79
	P_{brem} [MW]	1.63	1.62
	P_{syn} [MW]	0.15	0.15
	$P_{line-core}$ [MW]	2.92	2.94
B_t (T)	6.0		
I_p (MA)	5.5		
R_0 (m)	2.14		
a (m)	0.65		
κ_X	1.97		
δ_X	0.54		
Z_{eff}	1.43		